Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$2\lg 100+\lg 2+\lg 5=2\cdot 2+\lg 10=$	**3p**
	$=4+1=5$	**2p**
2.	$f(a)=a-6$, $f(3a)=3a-6$	**3p**
	$a-6+3a-6=0$, de unde obținem $a=3$	**2p**
3.	$5^{3x+2}=5^x$, de unde obținem $3x+2=x$	**3p**
	$x=-1$	**2p**
4.	În mulțimea A sunt 4 numere pare	**2p**
	Sunt $C_4^2=\dfrac{4!}{2!\cdot 2!}=6$ submulțimi cu două elemente, ambele numere pare	**3p**
5.	$\overrightarrow{AC}=(x_C-3)\vec{i}+(y_C-1)\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=3\vec{i}$	**3p**
	$(x_C-3)\vec{i}+(y_C-1)\vec{j}=3\vec{i}$, de unde obținem $x_C=6$ și $y_C=1$	**2p**
6.	$AB=AC$	**2p**
	$\dfrac{AB\cdot AB}{2}=18$, deci $AB^2=36$, de unde obținem $AB=6$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$M(1)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&1\\0&2&3\end{pmatrix}\Rightarrow \det(M(1))=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&3&1\\0&2&3\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=9+0+0-0-0-2=7$	**3p**
b)	$M(2)=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&4&2\\0&4&4\end{pmatrix}$, $M(x)\cdot M(2)=\begin{pmatrix}2x&0&0\\0&8x+8&6x+4\\0&12x+8&8x+8\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}2x&0&0\\0&8x+8&6x+4\\0&12x+8&8x+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-1&0&0\\0&x+1&x-1\\0&2x-2&x+1\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=-1$	**2p**
c)	$\det(M(n))=n(-n^2+4n+4)$, $\det(M(2n))=2n(-4n^2+8n+4)$, pentru orice număr natural n	**2p**
	$2n(-n^2+4n+4)\le 2n(-4n^2+8n+4)$, de unde obținem $n^2(3n-4)\le 0$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ și $n=1$	**3p**
2.a)	$f(2)=2^3-2\cdot 2^2-a\cdot 2+2a=$	**3p**
	$=8-8-2a+2a=0$, pentru orice număr real a	**2p**

b)	$f=X^3-2X^2-X+2 \Rightarrow f(-1)=(-1)^3-2(-1)^2-(-1)+2=$ $=-1-2+1+2=0$, deci polinomul f este divizibil cu polinomul $g=X+1$	**3p** **2p**
c)	$f=(X-2)(X^2-a)$; $x_1=2$ și $\lvert x_2\rvert=\lvert x_3\rvert=\sqrt{a}$, deci $\lvert x_1\rvert+\lvert x_2\rvert+\lvert x_3\rvert=2+2\sqrt{a}$ $2+2\sqrt{a}=8$, de unde obținem $a=9$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x(2x-4)+2e^x+2x-2=$ $=e^x(2x-2)+2x-2=2(x-1)(e^x+1)$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	Cum $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$, rezultă $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{1-e^x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'(x)}{(1-e^x)'}=$ $=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2(x-1)(e^x+1)}{-e^x}=4$	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$; pentru orice $x\in(-\infty,1)$, $f'(x)<0$, deci f este strict descrescătoare pe $(-\infty,1)$ și, pentru orice $x\in(1,+\infty)$, $f'(x)>0$, deci f este strict crescătoare pe $(1,+\infty)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $f(1)=3-2e<0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ și f este continuă, deci ecuația $f(x)=0$ are exact două soluții	**2p** **3p**
2.a)	$\int_3^4 f(x)(3x^2+1)dx=\int_3^4 4x\,dx=2x^2\Big\vert_3^4=$ $=32-18=14$	**3p** **2p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\dfrac{4x}{3x^2+1}dx=\dfrac{2}{3}\int_0^1\dfrac{(3x^2+1)'}{3x^2+1}dx=\dfrac{2}{3}\ln(3x^2+1)\Big\vert_0^1=$ $=\dfrac{2}{3}\ln 4-\dfrac{2}{3}\ln 1=\dfrac{4}{3}\ln 2$	**3p** **2p**
c)	$g(x)=\dfrac{(3x^2+1)\ln x}{x}$, $x\in(0,+\infty)$, deci $\mathcal{A}=\int_1^e\lvert g(x)\rvert dx=\int_1^e\left(3x+\dfrac{1}{x}\right)\ln x\,dx=\int_1^e\left(\dfrac{3x^2}{2}\right)'\ln x\,dx+$ $+\dfrac{\ln^2 x}{2}\Big\vert_1^e=$ $=3\left(\dfrac{x^2\ln x}{2}-\dfrac{x^2}{4}\right)\Big\vert_1^e+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3e^2}{4}+\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3e^2+5}{4}$	**3p** **2p**